INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Disciplina: Física IV – Física Moderna

Instrutor: Prof. Carlos Eduardo Souza - Cadu

Sala: A2-15 (IF, andar 1P)

Email: carloseduardosouza@id.uff.br

Site do curso: http://cursos.if.uff.br/fisicaIV_XXI_0216/

Disciplina: Física IV – Física Moderna

Capítulo 40

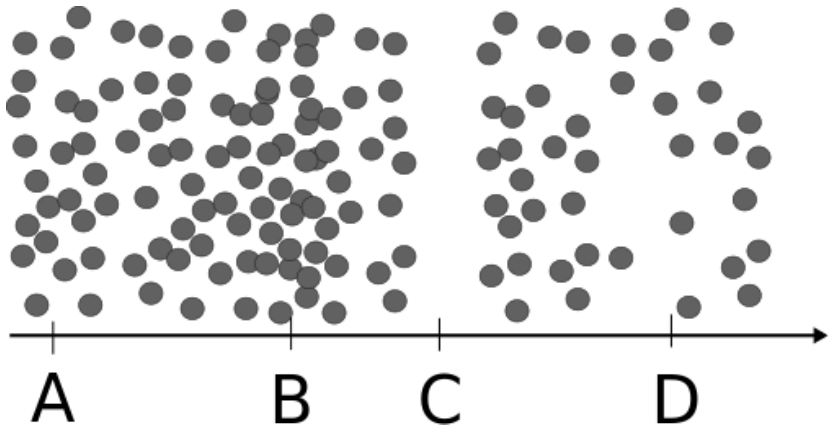
Funções de Onda e incerteza

Problema:

Em um experimento, 8000 de 600 000 fótons são detectados em uma faixa de 1,0 mm de largura, centrada na posição x = 10cm. Qual é a densidade de probabilidade?

Problema:

A figura abaixo mostra fótons detectados em um experimento ótico. Ordene em ordem decrescente os valores da função amplitude da onda eletromagnética ao quadrado correspondentes às posições A, B, C e D.



Pacotes de Onda

Como já vimos em alguns experimentos, na **Mecânica Quântica** os sistemas físicos apresentam propriedades de ondas e partículas…

… apesar de serem **ideias mutuamente exclusivas** de acordo com a **Física Clássica**.

De qualquer maneira, precisamos de uma ferramenta matemática para tratarmos os sistemas quânticos!!

Pacotes de Onda

Como já vimos em alguns experimentos, na **Mecânica Quântica** os sistemas físicos apresentam propriedades de ondas e partículas…

… apesar de serem **ideias mutuamente exclusivas** de acordo com a **Física Clássica**.

De qualquer maneira, precisamos de uma ferramenta matemática para tratarmos os sistemas quânticos!!

Pacotes de Onda

Um **pacote de onda** é uma onda "localizada" que representa tanto uma partícula material quanto uma onda...

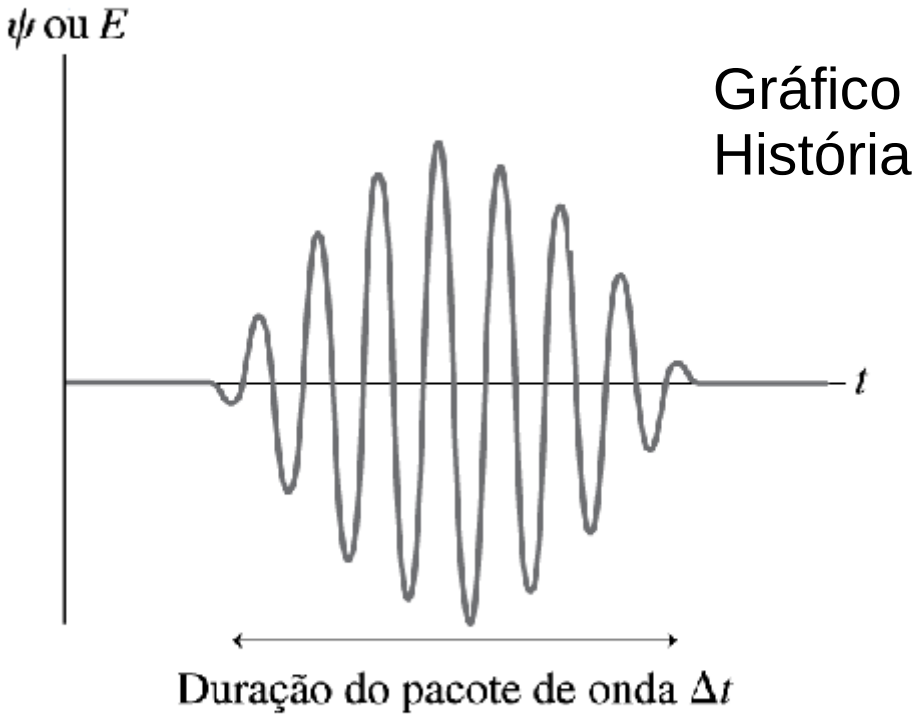
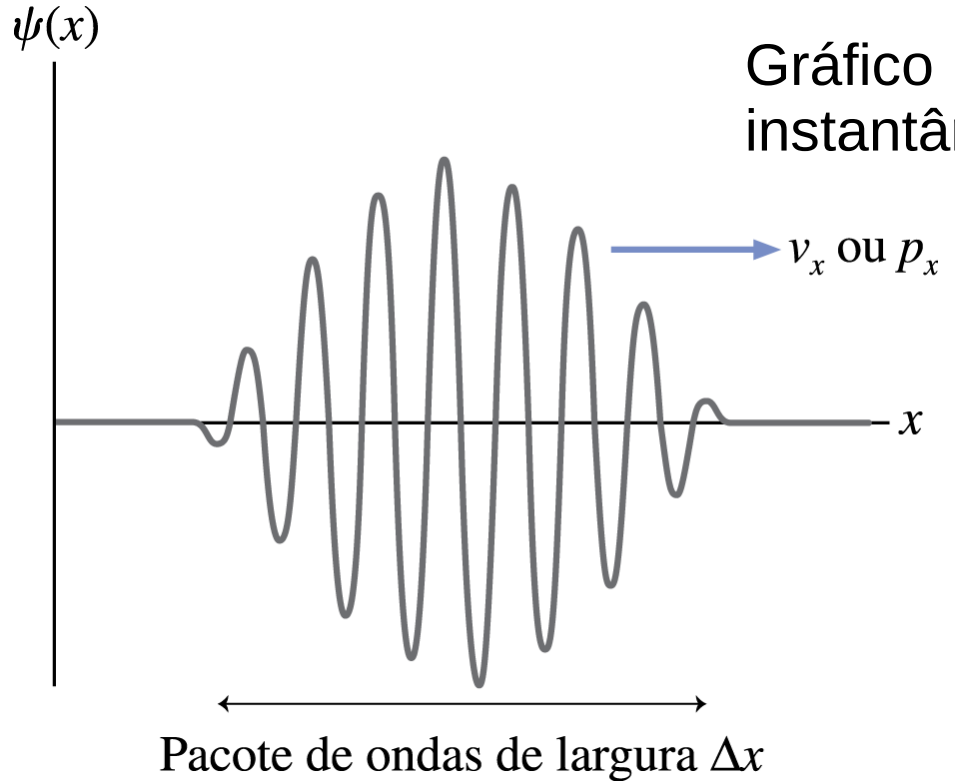


Gráfico
História

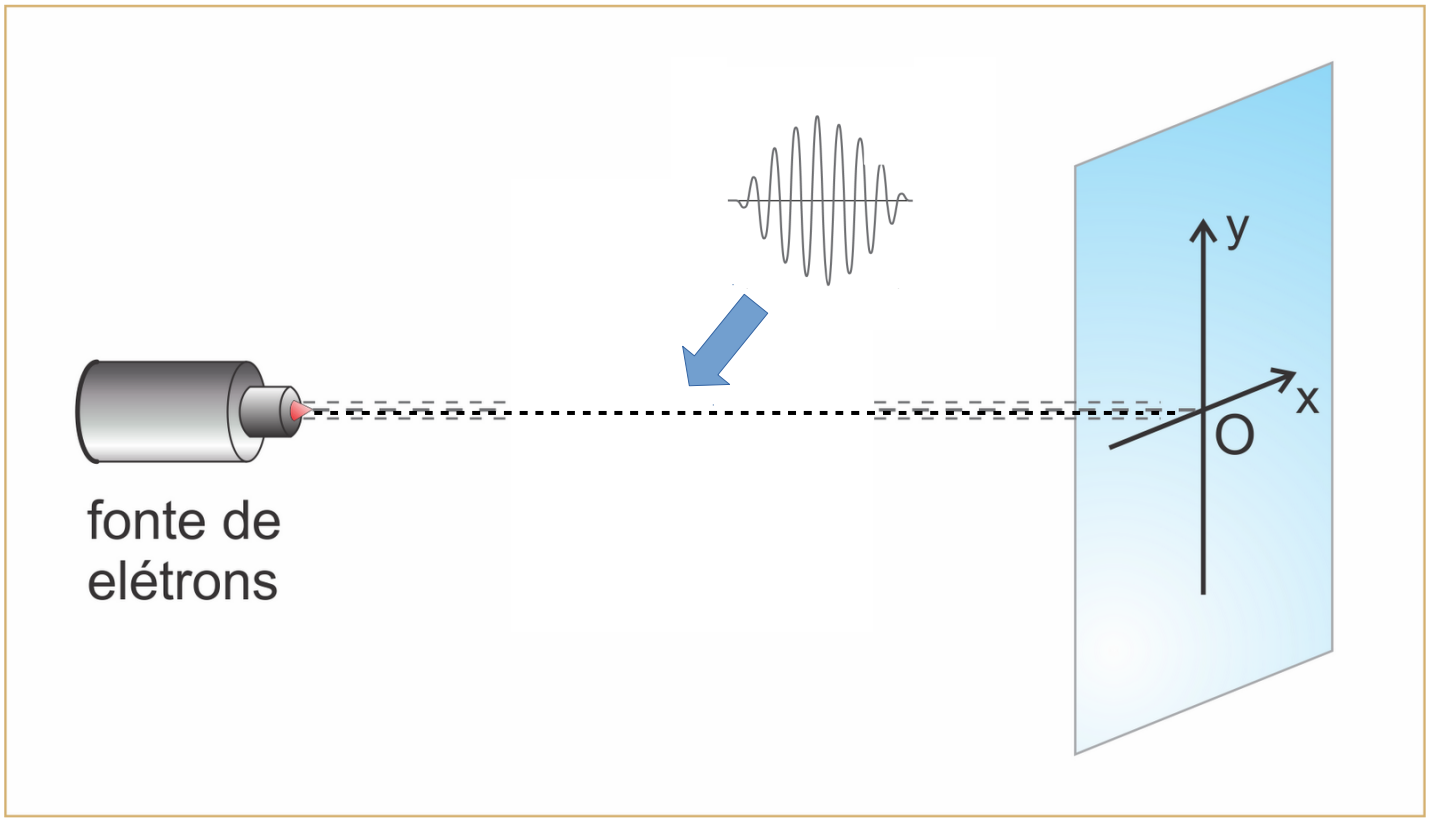
Pacotes de Onda

Um **pacote de onda** é uma onda "localizada" que representa tanto uma partícula material quanto uma onda...



Pacotes de Onda

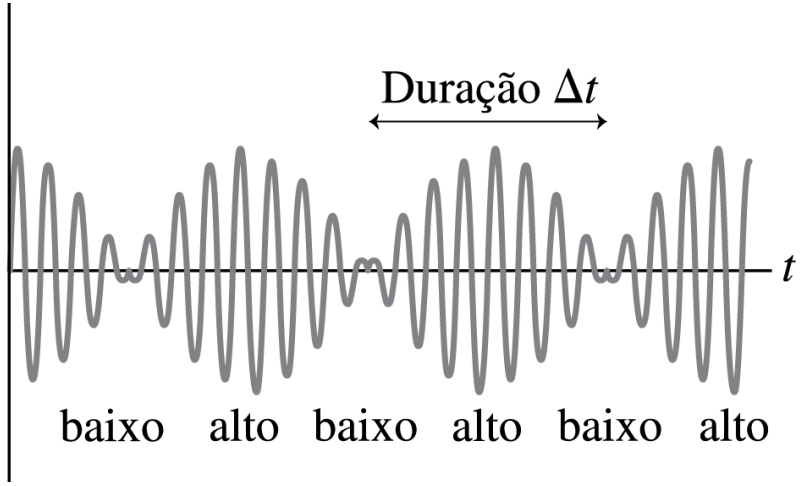
Você pode pensar por ex. que um feixe de elétrons é uma série de pacotes de onda que se deslocam ao longo de uma linha reta...



Pacotes de Onda

Como construímos matematicamente um pacote de ondas?

Podemos começar com a ideia da criação do padrão de batimento, estudado na Física 3.



$$A(t) = A_0\left[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)\right]$$
$$= 2A_0\cos\left(\pi(f_1 - f_2)t\right)\cos\left(\pi(f_1 + f_2)t\right)$$

Amplitude

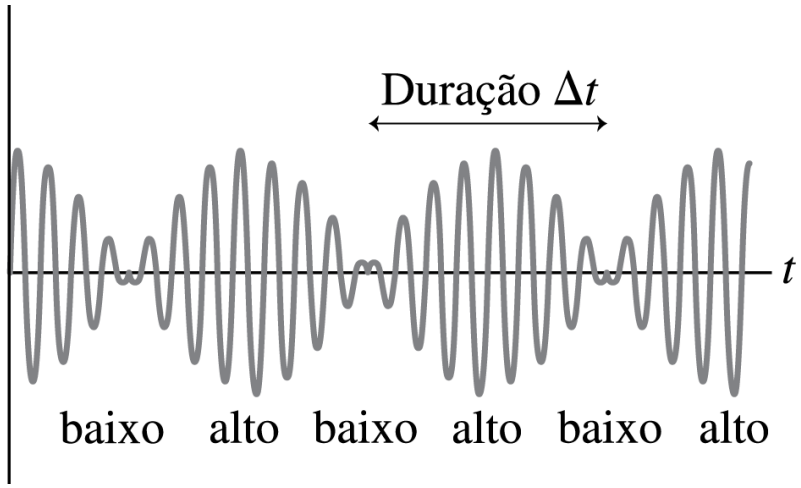
Amplitude variando lentamente com tempo $\Delta t = 1/(f_1 - f_2) = 1/\Delta f$ (= meio período completo) entre 2 'pulsos' sucessivos.

Pacotes de Onda

Como construímos matematicamente um pacote de ondas?

Podemos começar com a ideia da criação do padrão de batimento, estudado na Física 3.

Note que: $\Delta t \Delta f = 1$



$$A(t) = A_0 \left[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)\right]$$
$$= 2A_0 \cos\left(\pi(f_1 - f_2)t\right) \cos\left(\pi(f_1 + f_2)t\right)$$

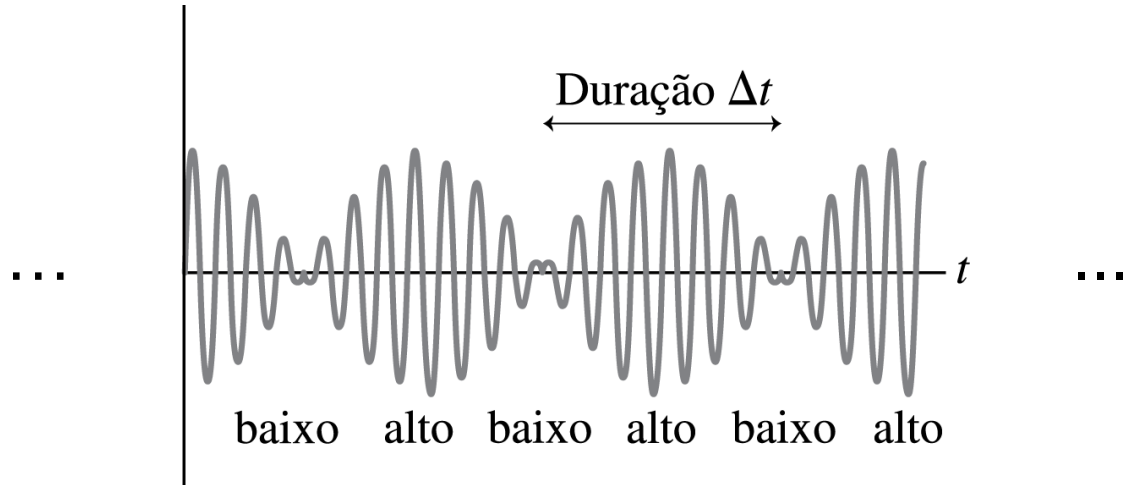
Amplitude

Amplitude variando lentamente com tempo $\Delta t = 1/(f_1 - f_2) = 1/\Delta f$ (= meio período completo) entre 2 'pulsos' sucessivos.

Pacotes de Onda

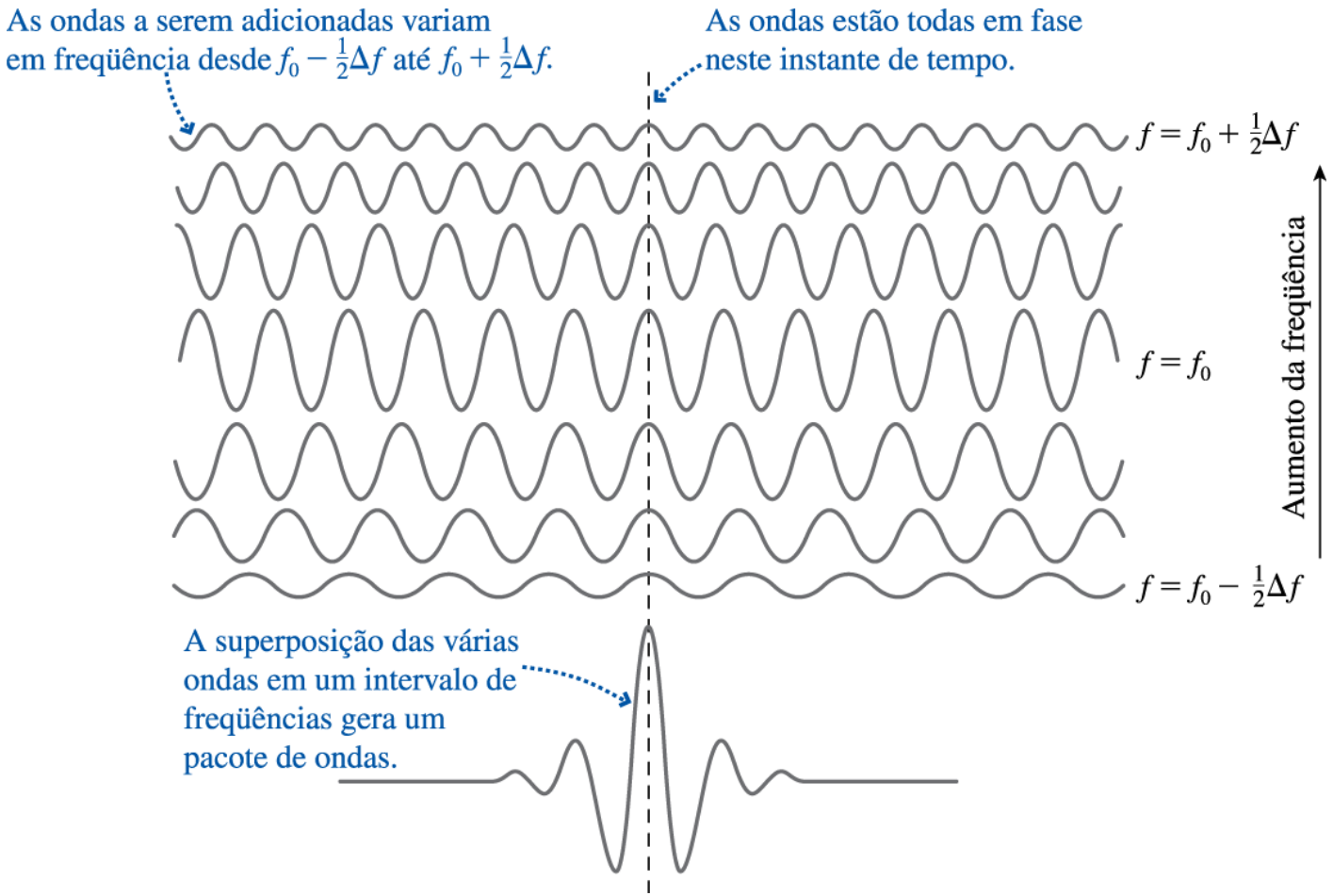
Como construímos matematicamente um pacote de ondas?

No caso do batimento (com duas ondas de frequências diferentes e próximas superpostas) os pulsos se repetem periodicamente…



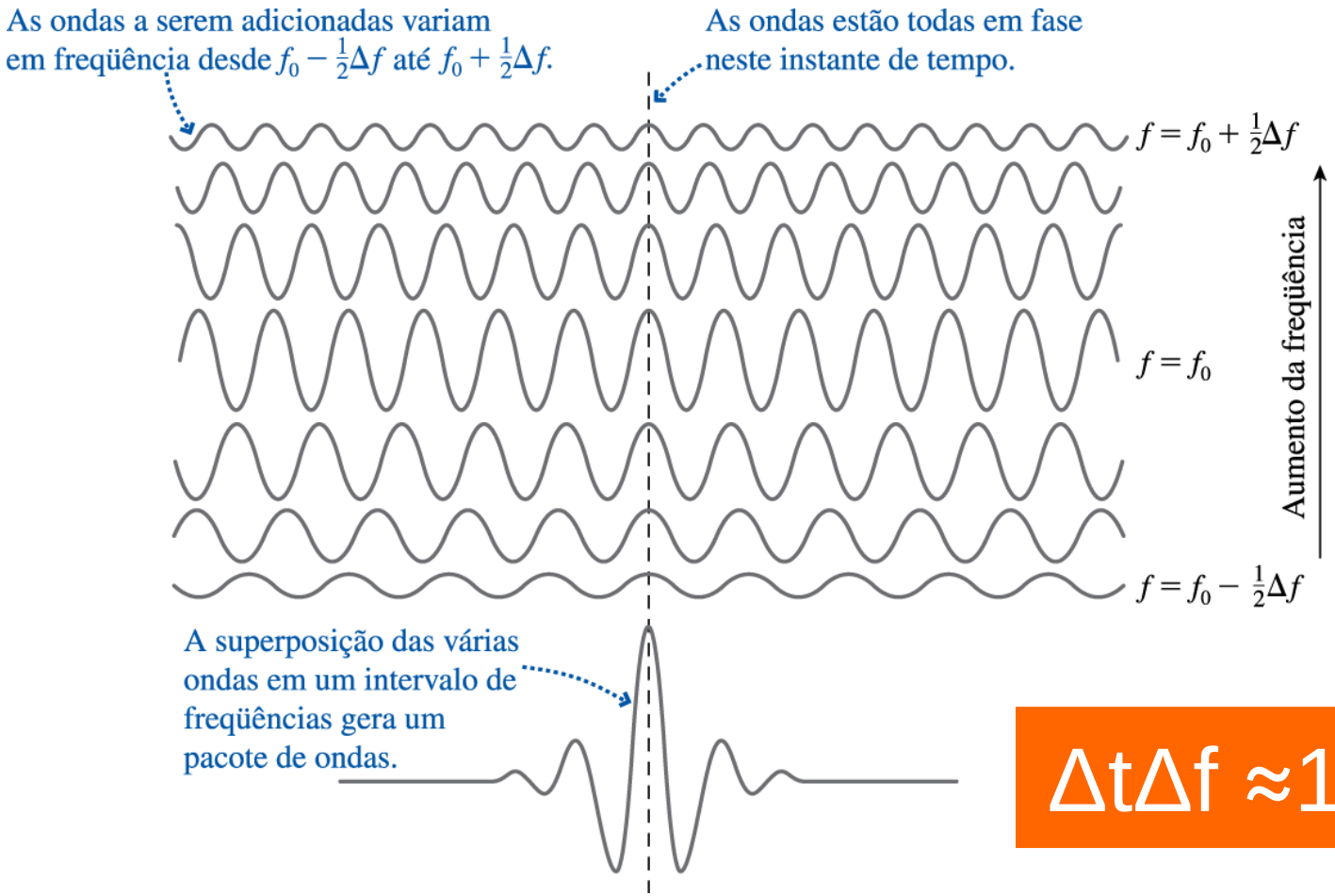
Pacotes de Onda

Um Pacote de Onda que não se repete pode ser criado de maneira similar, num procedimento conhecido por Análise de Fourier



Pacotes de Onda

Um Pacote de Onda que não se repete pode ser criado de maneira similar, num procedimento conhecido por Análise de Fourier



$\Delta t \Delta f \approx 1$

Pacotes de Onda

Vejamos no site da disciplina, na seção **Material Complementar**, um app que nos permite construir pacotes de ondas...

http://cursos.if.uff.br/fisicaIV_XXI_0216 -> Material Complementar

Pacotes de Onda

Pacotes de Onda, **Largura de Banda** e **Informação Digital…**

Ex. 40.4 – Uma rádio transmite frequência de 10MHz. Que faixa de frequência deve ser superposta para se produzir um pulso de 0,800 μs?

$$\Delta t \Delta f \approx 1 \rightarrow \Delta f = 1/0{,}800\mu = 1{,}250\text{MHz}$$

Isso quer dizer que a antena tem que emitir ondas com frequências entre 9,375 MHz e 10,625MHz.

Esse pulso não tem frequencia pura de 10MHz.!!!!

Pacotes de Onda

Pacotes de Onda, **Largura de Banda** e **Informação Digital…**

O meio de transmissão do pulso (linha de transmissão) tem que admitir todas as frequências do pulso senão ele se deforma ocasionando a perda da informação…

A faixa de frequências admitidas pela linha é chamada de **largura de banda**.

Fibra Ótica → $\Delta f > 1GHz$
Linha Telefônica → 50 KHz

$$\Delta t_{pulso} = 1/\Delta f_{banda}$$

Pacotes de Onda

Voltando ao nosso assunto de dualidade partícula onda...

Pacotes de Onda

(Aula expositiva)

Pacotes de Onda

Exemplo: Incerteza de uma partícula de poeira:

Ex. 40.5 - Uma partícula de poeira com 1,0 μm de diâmetro e massa ($m=10^{-15}$ kg) está confinada em uma caixa de 10 μm de comprimento. É possível que a partícula esteja em repouso? Em caso negativo, em que faixa de valores é mais provável que meçamos a velocidade da partícula?

Pacotes de Onda

Exemplo: Incerteza de uma partícula de poeira:

Ex. 40.5 - Uma partícula de poeira com 1,0 μm de diâmetro e massa ($m=10^{-15}$ kg) está confinada em uma caixa de 10 μm de comprimento. É possível que a partícula esteja em repouso? Em caso negativo, em que faixa de valores é mais provável que meçamos a velocidade da partícula?

Considerando a incerteza na posição como a largura da caixa: $\Delta x = 10^{-5}$m, a incerteza na sua velocidade é $\Delta v_x = \Delta p_x / m \sim 10^{-14}$ m/s.

→ Valor totalmente desprezível, mesmo na escala de tamanho da própria partícula (levaria ~ 10^9s ~30 anos para percorrer seu próprio comprimento!)

Pacotes de Onda

Exemplo: Incerteza de uma partícula de poeira:

Ex. 40.5 - Uma partícula de poeira com 1,0 μm de diâmetro e massa ($m=10^{-15}$ kg) está confinada em uma caixa de 10 μm de comprimento. É possível que a partícula esteja em repouso? Em caso negativo, em que faixa de valores é mais provável que meçamos a velocidade da partícula?

Moral: a relação de incerteza praticamente não limita nosso entendimento intuitivo do movimento de uma partícula de poeira:

podemos considerar sua velocidade = 0 e usar a física clássica nesse caso.

Pacotes de Onda

A incerteza de um elétron em um átomo

Ex. 40.6 – Que faixa de velocidades pode ter um elétron confinado em uma região de 0,1 nm de comprimento, o tamanho aproximado de um átomo?

Pacotes de Onda

A incerteza de um elétron em um átomo

Ex. 40.6 – Que faixa de velocidades pode ter um elétron confinado em uma região de 0,1 nm de comprimento, o tamanho aproximado de um átomo?

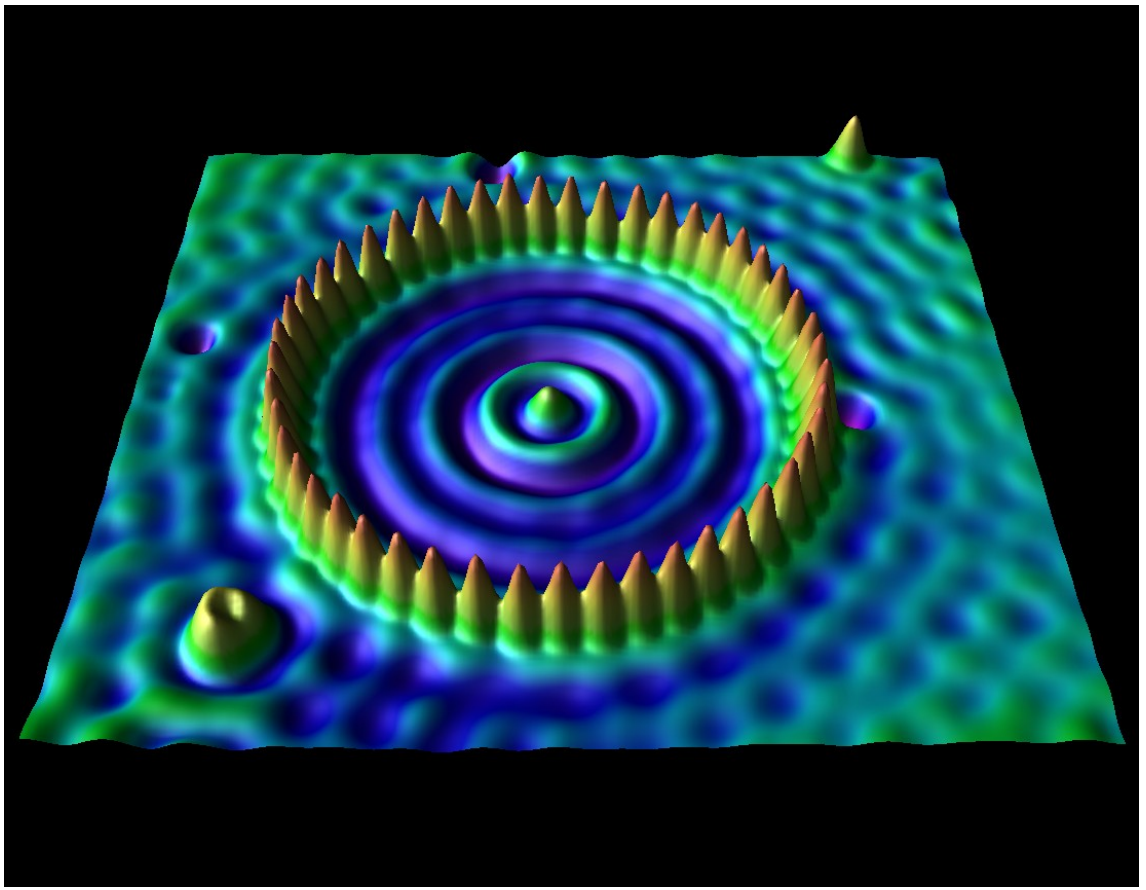
Considerando a incerteza na posição como: Δx = 0,1 nm, a incerteza mínima no seu momento é $\Delta p_x \sim 10^{-24}$ kg m/s. Devido à massa minúscula do elétron, porém, a incerteza na sua *velocidade* é $\Delta v_x \sim 10^6$ m/s.

Em outras palavras o elétron pode ter qualquer velocidade dentro de uma faixa *enorme* de valores (por exemplo, entre -5x10^5 m/s e +5 x10^5 m/s).

Moral: nesse caso o princípio da incerteza faz uma *enorme* diferença. Não é possível imaginar o movimento de um elétron confinado num átomo como o de uma 'pequena esfera em órbita'.

Pacotes de Onda

Uma barreira de átomos de Ferro em uma superfície de Cobre.



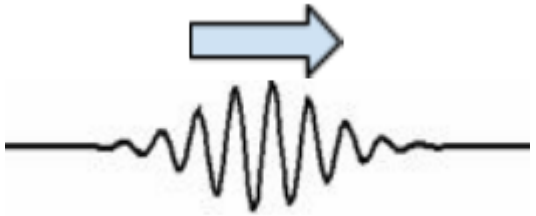
Os elétrons dentro da barreira se comportam como onda estacionária.

Pacotes de Onda

As figuras abaixo representam duas funções de onda possíveis para uma partícula:

(i) uma onda plana $\psi(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$:

(ii) um pacote de onda $\psi(x,t) = \Sigma_n A_n \cos(k_n x - \omega_n t)$:



ambos se propagando para a direita. **Para qual desses tipos de função de onda a posição (x) e o momento (p) da partícula estão mais bem-definidos?**

A) p mais bem-definido para a onda plana, x mais bem-definido para o pacote.

B) p mais bem-definido para a onda plana, x igualmente bem-definido em ambos os casos.

C) p e x igualmente bem-definidos em ambos os casos.

D) x mais bem-definido para o pacote, p igualmente bem-definido em ambos os casos.

E) x mais bem-definido para a onda plana, p mais bem-definido para o pacote.